

PROPIEDADES DE LA TRANSFORMADA Z

Propiedad	Señal	Transformada	ROC
Linealidad	$ax_1[n] + bx_2[n]$	$aX_1(z) + bX_2(z)$	$ROC = R \supset R_1 \cap R_2$
Desplazamiento temporal	$x[n - n_0]$	$z^{-n_0}X(z)$	$ROC = R \pm \{0\} \pm \{\infty\}$
Escalado en el dominio z	$e^{j\Omega_0 n}x[n]$	$X(e^{-j\Omega_0}z)$	$ROC = R$
	$z_0^n x[n]$	$X\left(\frac{z}{z_0}\right)$	$ z_0 R$
	$a^n x[n]$	$X(a^{-1}z)$	$ a R$ (Versión escalada de R: Cjto puntos $\{ a z\}$ para z en R)
Inversión en el tiempo	$x[-n]$	$X(z^{-1})$	R^{-1} Cjto ptos $\{z^{-1}\}$ donde z está en R)
Expansión en el tiempo	$x_{(k)}[n] = \begin{cases} x[r], & n = rk, r \in \mathbb{Z} \\ 0, & n \neq rk \end{cases}$	$X(z^k)$	$R^{1/k}$ Cjto ptos $\{z^{1/k}\}$ donde z está en R)
Conjugación	$x^*[n]$	$X^*(z^*)$	$ROC = R$
Convolución	$x_1[n] * x_2[n]$	$X_1(z) X_2(z)$	$ROC \supset R_1 \cap R_2$
Primera diferencia	$x[n] - x[n - 1]$	$(1 - z^{-1})X(z)$	$ROC \supset R \cap (z > 0)$
Acumulación	$\sum_{k=-\infty}^n x[k]$	$\frac{1}{1 - z^{-1}}X(z)$	$ROC \supset R \cap (z > 1)$
Derivación en el dominio Z	$nx[n]$	$-z \frac{dX(z)}{dz}$	$ROC = R$
Teorema del valor inicial y final	$\begin{aligned} \text{Si } x[n] = 0 \text{ para } n < 0 \text{ entonces } x[0] &= \lim_{z \rightarrow \infty} X(z) \\ \text{Si } x[n] = 0 \text{ para } n > 0 \text{ entonces } x[0] &= \lim_{z \rightarrow 0} X(z) \end{aligned}$		

PARES BÁSICOS DE TRANSFORMADA Z

Señal	Transformada	ROC
$\delta[n]$	1	todo z
$u[n]$	$\frac{1}{1 - z^{-1}}$	$ z > 1$
$-u[-n - 1]$	$\frac{1}{1 - z^{-1}}$	$ z < 1$
$\delta[n - m]$	z^{-m}	$\begin{cases} z - \{0\} & \text{si } m > 0 \\ z - \{\infty\} & \text{si } m < 0 \end{cases}$
$\alpha^n u[n]$	$\frac{1}{1 - \alpha z^{-1}}$	$ z > \alpha $
$-\alpha^n u[-n - 1]$	$\frac{1}{1 - \alpha z^{-1}}$	$ z < \alpha $
$n\alpha^n u[n]$	$\frac{\alpha z^{-1}}{(1 - \alpha z^{-1})^2}$	$ z > \alpha $
$-n\alpha^n u[-n - 1]$	$\frac{\alpha z^{-1}}{(1 - \alpha z^{-1})^2}$	$ z < \alpha $
$\cos(\Omega_0 n) u[n]$	$\frac{1 - \cos(\Omega_0) z^{-1}}{1 - 2 \cos(\Omega_0) z^{-1} + z^{-2}}$	$ z > 1$
$\sin(\Omega_0 n) u[n]$	$\frac{\sin(\Omega_0) z^{-1}}{1 - 2 \cos(\Omega_0) z^{-1} + z^{-2}}$	$ z > 1$
$r^n \cos(\Omega_0 n) u[n]$	$\frac{1 - r \cos(\Omega_0) z^{-1}}{1 - 2 r \cos(\Omega_0) z^{-1} + r^2 z^{-2}}$	$ z > r$
$r^n \sin(\Omega_0 n) u[n]$	$\frac{r \sin(\Omega_0) z^{-1}}{1 - 2 r \cos(\Omega_0) z^{-1} + r^2 z^{-2}}$	$ z > r$

PROPIEDADES DE LA TRANSFORMADA Z UNILATERAL

Propiedad	Señal	Transformada
Linealidad	$ax_1[n] + bx_2[n]$	$aX_1(z) + bX_2(z)$
Retraso temporal	$x[n - 1]$	$z^{-1}X(z) + x[-1]$
Adelanto temporal	$x[n + 1]$	$zX(z) - zx[0]$
Escalado en el dominio z	$e^{j\Omega_0 n}x[n]$	$X(e^{-j\Omega_0}z)$
	$z_0^n x[n]$	$X\left(\frac{z}{z_0}\right)$
	$a^n x[n]$	$X(a^{-1}z)$
Expansión en el tiempo	$x_{(k)}[n] = \begin{cases} x[m], & n = mk \\ 0, & n \neq mk \end{cases}$	$X(z^k)$
Conjugación	$x^*[n]$	$X^*(z^*)$
Convolución	$x_1[n] * x_2[n]$	$X_1(z) X_2(z)$
Primera diferencia	$x[n] - x[n - 1]$	$(1 - z^{-1})X(z) - x[-1]$
Acumulación	$\sum_{k=-\infty}^n x[k]$	$\frac{1}{1 - z^{-1}}X(z)$
Derivación en el dominio Z	$nx[n]$	$-z \frac{dX(z)}{dz}$
Teorema del valor inicial	$x[0] = \lim_{z \rightarrow \infty} X(z)$	